APLICACIÓN

# CIENCIAS COMPUTACIONALES II

# Aplicación ciencias computacionales.

## Planteamiento del problema.

Una empresa desarrolladora de software quiere calcular el tiempo promedio que sus empleados tardan en desarrollar software, con base en eso realiza un estudio a sus empleados, calificando cuatro criterios: análisis, modelado, programación y documentación.

El primer empleado se tardó 3 veces más del tiempo establecido en el análisis, 6 veces más en el modelado, pero se ahorró el doble de tiempo en la programación y 9 veces más en la documentación, su tiempo total fueron 6 horas.

El segundo empleado se ahorró 5 veces más del tiempo establecido en el análisis, se tardó 4 veces más en el modelado, 5 veces más en la programación y se ahorró 6 veces más en la documentación, su tiempo total fueron 5 horas.

El tercer empleado se ahorró 3 veces el tiempo establecido en el análisis, se tardó 8 veces más en el modelado, el doble en la programación y se ahorró el triple en la documentación, su tiempo total fueron 3 horas.

El cuarto empleado se ahorró 4 veces más en el análisis, se tardó 10 veces más en el modelado, el triple en la programación y 9 veces más en la documentación, su tiempo total fueron 9 horas.

**¿Cuál es el tiempo que tardan los empleados en desarrollar software?**

# Sistema de ecuaciones

$$
\begin{aligned}
3x_1 + 6x_2 \; - 2x_3 + 9x_4 &= 6\\
-5x_1 + 4x_2 \; + 5x_3 - 6x_4 &= 5\\
-3x_1 + 8x_2 \; + 2x_3 - 3x_4 &= 3\\
-4x_1 + 10x_2 + 3x_3 + 9x_4 &= 9
\end{aligned}
$$

## Resolución por medio del Método de Cramer.

**Procedimiento para calcular el Determinante principal (Dp) por Fórmula General.**

Lo que se busca aquí es utilizar los valores de la ecuación original y pasarlos a la matriz, y tomando como referencia la primera columna, sacamos los números con su respectiva matriz de 3x3 y su signo para identificarlo, posteriormente se resuelven por el método de fórmula general, para calcular el determinante principal.

$$D_p = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -2 & 9 \\ -5 & 4 & 5 & -6 \\ -3 & 8 & 2 & -3 \\ -4 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$|D_p| = 3\begin{vmatrix} 4 & 5 & -6 \\ 8 & 2 & -3 \\ 10 & 3 & 9 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 6 & -2 & 9 \\ 8 & 2 & -3 \\ 10 & 3 & 9 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 6 & -2 & 9 \\ 4 & 5 & -6 \\ 10 & 3 & 9 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 6 & -2 & 9 \\ 4 & 5 & -6 \\ 8 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= 3[4[(2*9)-(-3*3)]-8[(5*9)-(-6*3)]+10[(5*-3)-(-6*2)]] = -1278$$

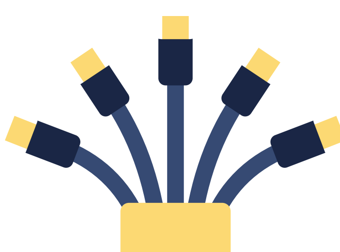
$$= 5[6[(2*9)-(-3*3)]-8[(-2*9)-(9*3)]+10[(-2*-3)-(9*2)]] = 2010$$

$$= -3[6[(5*9)-(-6*3)]-4[(-2*9)-(9*3)]+10[(-2*-3)-(9*5)]] = -684$$

$$= 4[6[(5*-3)-(-6*2)]-4[(-2*-3)-(9*2)]+8[(-2*-6)-(9*5)]] = -936$$

$$|D_p| = -1278 + 2010 - 684 - 936 = -888$$

$$|D_p| = -888$$



**Procedimiento para calcular el Determinante 1 (D1) por el Método de Cofactores.**

$$D_1 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & -2 & 9 \\ 5 & 4 & 5 & -6 \\ 3 & 8 & 2 & -3 \\ 9 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Primeramente, se escoge la columna tres para aplicar cofactores.

$$D_1 = \begin{pmatrix} 6 & 6 & -2 & 9 \\ 5 & 4 & 5 & -6 \\ 3 & 8 & 2 & -3 \\ 9 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Se pone cada número de la columna y se multiplica por $(-1)^{i+j}$ dónde i son la fila y j la columna en la que se encuentra dicho número.

$$|D_1| = -2(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 5 & 4 & -6 \\ 3 & 8 & -3 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} + 5(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 3 & 8 & -3 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} + 2(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & -6 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} + 3(-1)^{4+3}\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & -6 \\ 3 & 8 & -3 \end{vmatrix}$$

A continuación, se resuelve el determinante de cada una de las matrices 3x3 resultantes de la misma manera.

$$\begin{vmatrix} 5 & 4 & -6 \\ 3 & 8 & -3 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} = 5(-1)^{1+1}(72+30) + 3(-1)^{2+1}(36+60) + 9(-1)^{3+1}(-12+48) = 546$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 3 & 8 & -3 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} = 6(-1)^{1+1}(72+30) + 3(-1)^{2+1}(54-90) + 9(-1)^{3+1}(-18-72) = -90$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & -6 \\ 9 & 10 & 9 \end{vmatrix} = 6(-1)^{1+1}(36+60) + 5(-1)^{2+1}(54-90) + 9(-1)^{3+1}(-36-36) = 108$$

$$\begin{vmatrix} 6 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & -6 \\ 3 & 8 & -3 \end{vmatrix} = 6(-1)^{1+1}(-12+48) + 5(-1)^{2+1}(-18-72) + 3(-1)^{3+1}(-36-36) = 450$$

Lo que resta es solamente sustituir los valores en la fórmula del determinante $|D_1|$.

$$|D_1| = -2(546) - 5(-90) + 2(108) - 3(450) = -1776$$

$$|D_1| = -1776$$

Una vez obtenido el determinante, según la regla de Cramer se divide entre el determinante principal para obtener $x_1$.

$$x_1 = \frac{-1776}{-888} = 2$$

**Procedimiento para calcular el Determinante 2 (D2), utilizando propiedades para convertir en una matriz triangular superior.**

$$D_2 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -2 & 9 \\ -5 & 5 & 5 & -6 \\ -3 & 3 & 2 & -3 \\ -4 & 9 & 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} R4p(-3)+R1 \\ R4(5)+R2 \\ R4p(3)+R3 \\ R4(-\frac{1}{4}) \end{array}$$

El renglón 4 se convertirá en el renglón pivotal, para ello se debe multiplicar el renglón por el inverso de -4. Después se multiplicarán los renglones 1, 2 y 3 por el renglón 4 pivotal y se le sumará el renglón original. Al crear 1's en donde no había se deberá multiplicar el determinante final por el valor original.

$$|D_2| = (-4)\begin{vmatrix} 0 & \frac{51}{4} & \frac{1}{4} & \frac{63}{4} \\ 0 & -\frac{25}{4} & \frac{5}{4} & -\frac{69}{4} \\ 0 & -\frac{15}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{39}{4} \\ 1 & -\frac{9}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{9}{4} \end{vmatrix} \begin{array}{l} R3p(-\frac{51}{4})+R1 \\ R3p(\frac{25}{4})+R2 \\ R3(-\frac{4}{15}) \end{array}$$

El renglón 3 se convertirá en el renglón pivotal, se deberá multiplicar el renglón por el inverso de -15/4. Después se multiplicarán los renglones 1 y 2 por el renglón 3 pivotal y se les sumará el renglón original. Al crear 1's en donde no había, se deberá multiplicar la matriz final por el valor original y por el valor generado anteriormente, que en este caso es -4.

$$|D_2| = (-4)(-\frac{15}{4})\begin{vmatrix} 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{87}{5} \\ 0 & 0 & \frac{5}{3} & -1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{15} & \frac{13}{5} \\ 1 & -\frac{9}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{9}{4} \end{vmatrix} \begin{array}{l} R2p(\frac{3}{5})+R1 \\ R2(\frac{3}{5}) \end{array}$$

El renglón 2 se convertirá en el renglón pivotal, se deberá multiplicar el renglón por el inverso de 5/3. Después se multiplicará el primer renglón por el renglón 2 pivotal y se le sumará el renglón original. Al crear 1's en donde no había se deberá multiplicar la matriz final por el valor original y por el valor generado anteriormente, que en este caso es -15/4.

$$|D_2| = (-4)\left(-\frac{15}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{444}{25} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 1 & \frac{1}{15} & \frac{13}{5} \\ 1 & -\frac{9}{4} & -\frac{3}{4} & -\frac{9}{4} \end{vmatrix}$$

Al tener la matriz final se deberá multiplicar el último valor de la diagonal principal por los valores generados anteriormente.

$$|D_2| = (-4) * \left(-\frac{15}{4}\right) * \left(\frac{5}{3}\right) * \left(-\frac{444}{25}\right)$$

$$|D_2| = -444$$

$$x_2 = \frac{-444}{-888} = \frac{1}{2} = 0.5$$

**Procedimiento para calcular el Determinante 3 (D3), utilizando propiedades para convertir una matriz de 3x3 y resolver por Sarrus.**

$$D_3 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 6 & 9 \\ -5 & 4 & 5 & -6 \\ -3 & 8 & 3 & -3 \\ -4 & 10 & 9 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_p\left(\frac{1}{3}\right) \\ R_p(5)+R_2 \\ R_p(3)+R_3 \\ R_p(4)+R_4 \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 14 & 15 & 9 \\ 0 & 14 & 9 & 6 \\ 0 & 18 & 17 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}} & \begin{matrix} 2 & 2 & 3 \\ 14 & 15 & 9 \\ 14 & 9 & 6 \\ 18 & 17 & 21 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Primero tenemos que reducir nuestra matriz a una de 3x3 para aplicar el método de Sarrus, para esto tenemos que hacer ceros a una columna sacando el renglón pivotal y multiplicando los siguientes renglones por este mismo y sumándole el número de renglón respectivo.

$$|D_3| = 1 \begin{vmatrix} 14 & 15 & 9 \\ 14 & 9 & 6 \\ 18 & 17 & 21 \end{vmatrix} \begin{matrix} 14 & 15 \\ 14 & 9 \\ 18 & 17 \end{matrix}$$

El método de Sarrus sólo se puede aplicar en matrices de 3x3; consiste en repetir las dos primeras columnas al final de la matriz, formando así 3 diagonales (empezando de la diagonal principal) de izquierda a derecha de arriba hacia abajo (se suman) y de izquierda a derecha de abajo hacia arriba (se restan) los números que pasen por las diagonales se multiplican y se suman o restan respectivamente.

$$|D_3| = 3(1)[(14*9*21)+(15*6*18)+(9*14*17)-(18*9*9)-(17*6*14)-(21*14*15)]$$

$$|D_3| = 3(-888)$$

$$|D_3| = -2664$$

$$x_3 = \frac{-2664}{-888} = 3$$

**Procedimiento para calcular el Determinante 4 (D4), utilizando propiedades para reducir el grado de la matriz a 3x3 y resolver por Sarrus.**

$$D_4 = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -2 & 6 \\ -5 & 4 & 5 & 5 \\ -3 & 8 & 2 & 3 \\ -4 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix} \begin{array}{l} R1p\left(\frac{1}{3}\right) \\ R1p(5)+R2 \\ R1p(3)+R3 \\ R1p(4)+R4 \end{array} \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & \frac{-2}{3} & 2 \\ \boxed{0} & 14 & \frac{5}{3} & 15 \\ \boxed{0} & 14 & 0 & 9 \\ \boxed{0} & 18 & \frac{1}{3} & 17 \end{pmatrix}$$

$$|D_4| = 3(1) = \begin{vmatrix} 14 & \frac{5}{3} & 15 \\ 14 & 0 & 9 \\ 18 & \frac{1}{3} & 17 \end{vmatrix} \begin{matrix} 14 & \frac{5}{3} \\ 14 & 0 \\ 18 & \frac{1}{3} \end{matrix}$$

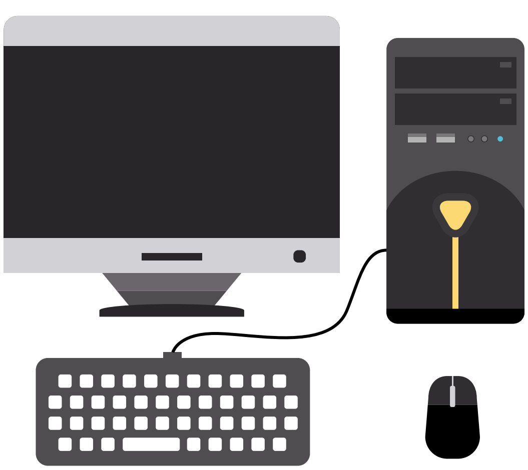
$$|D_4| = 3(1)\left[(14*0*17) + \left(\frac{5}{3}*9*18\right) + \left(15*14*\frac{1}{3}\right) - (18*0*15) - \left(\frac{1}{3}*9*14\right) - \left(17*14*\frac{5}{3}\right)\right]$$

$$|D_4| = 3\left(\frac{-296}{3}\right)$$

$$|D_4| = -296$$

$$x_4 = \frac{-296}{-888}$$

$$x_4 = \frac{1}{3}$$



## Comprobación.

$$3(2)+6(1/2)-2(3)+9(1/3)=6$$

$$6=6$$

$$-5(2)+4(1/2)+5(3)-6(1/3)=5$$

$$5=5$$

$$-3(2)+8(1/2)+2(3)-3(1/3)=3$$

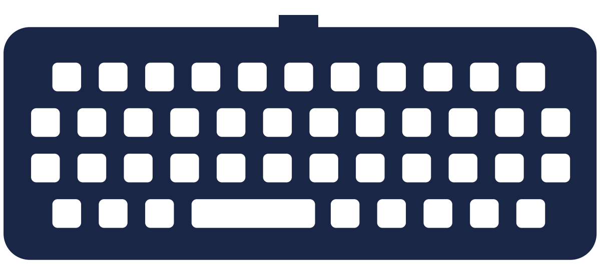
$$3=3$$

$$-4(-2)+10(1/2)+3(3)+9(1/3)=9$$

$$9=9$$

### Interpretación de datos.

- Análisis 2 horas.
- Modelado ½ hora.
- Programación 3 horas.
- Documentación 1/3 hora.
- El tiempo que tardan los empleados en desarrollar software es de 5 horas con 83 minutos.



# DIRECTORIO

**Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo**

M. en D. Adolfo Pontigo Loyola
**Rector**

Dr. Saúl Agustín Sosa Castelán
**Secretario General**

Lic. Gonzalo Ismael Villegas de la Concha
**Coordinador de la División Académica**

Lic. Arturo Flores Álvarez
**Director de Servicios Académicos**

M.C.C. Efraín Franco Flores
**Director del Centro de Cómputo Académico**

Dr. Oscar Rodolfo Suárez Castillo
**Director del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería**

M.G.A. Diana Pérez Silva
**Integrante de la Academia de Computación**

# CRÉDITOS

Multimedia Educativa
**Centro de Cómputo Académico**

M.I.D. Gabriela Mora Acosta
**Coordinadora del Departamento de Multimedia Educativa**

M.T.I.E. Bertha Patricia Legorreta Cortés
**Diseño Instruccional**

Lic. Fidel López Soto
**Asesor tecnológico y web**

Pasante Lic. D.G. Rubí Magdalena de la Torre Morales
**Ilustración y Maquetación**

**Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería**

M.G.A. Diana Pérez Silva
**Experto en contenido**