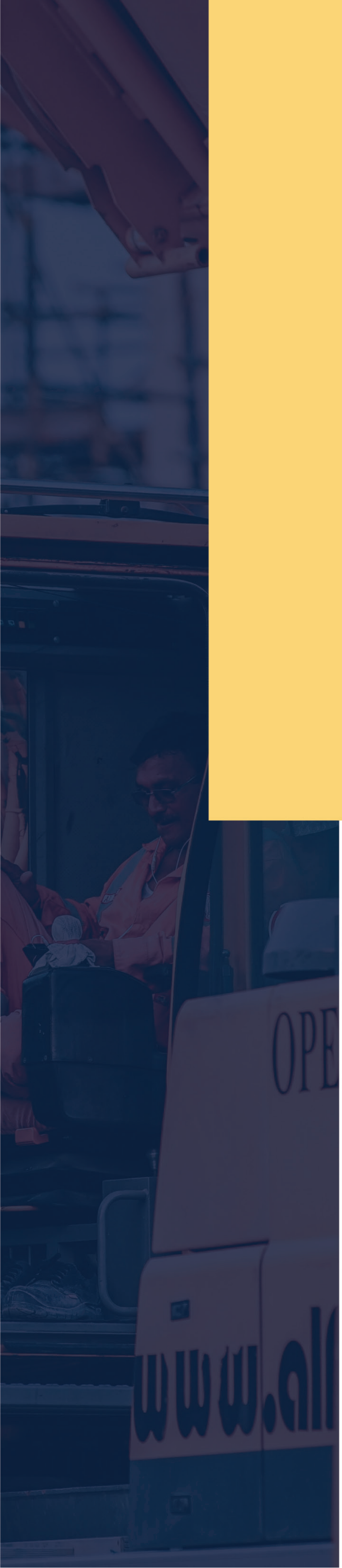
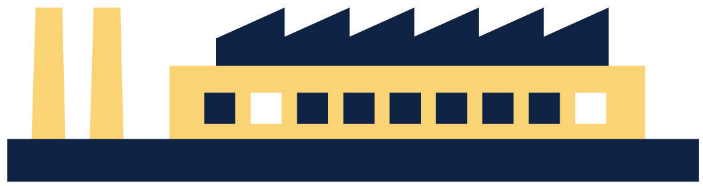
APLICACIÓN

INGENIERÍA INDUSTRIAL



Aplicación Ingeniería Industrial.



Planteamiento del problema.

La empresa Valle Rocoso S.A. de C.V. ubicada en Santa Mónica, Epazoyucan Hidalgo, tiene el giro de Licorera y fabricador de botellas de PET, los productos que maneja son los siguientes:

- El Compadre
- El Huasteco
- Zaverich
- Mc Andrews

En el mes de diciembre la empresa Valle Rocoso genera la mayor venta en todo el año, de productos distribuidos en las siguientes tiendas: Alianza, Walmart, El Zorro y Corpovino.

Las tiendas han realizado los pedidos del número de cajas que desean de cada uno de los productos y la empresa los transporta hasta sus almacenes, por lo que se les cobra el costo por adelantado. Estos datos se exponen en la siguiente tabla:

Tienda	Zaverich	El Compadre	El Huasteco	Mc Andrews
El Zorro	5	4	8	3
Walmart	10	7	12	10
Corpovino	12	10	10	14
Alianza	8	9	6	7

La empresa recibe los siguientes pagos:

El Zorro $9,750.00
Walmart $24,450.00
Corpovino $32,400.00
Alianza $19,050.00

Entonces: ¿Cuál es el costo de envío por cada caja que se envía a las diferentes tiendas?

De acuerdo con la tabla establecida se plantea el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

Sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned}
5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 3x_4 &= 9750\\
10x_1 + 7x_2 + 12x_3 + 10x_4 &= 24450\\
12x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 14x_4 &= 32400\\
8x_1 + 9x_2 + 6x_3 + 7x_4 &= 19050
\end{aligned}$$

Resolución matricial. Método de solución: Cramer.

$$\left(\begin{array}{cccc|c}
5 & 4 & 8 & 3 & 9750\\
10 & 7 & 12 & 10 & 24450\\
12 & 10 & 10 & 14 & 32400\\
8 & 9 & 6 & 7 & 19050
\end{array}\right)$$

Se establece el determinante principal.

$$D_p = \begin{vmatrix}
5 & 4 & 8 & 3\\
10 & 7 & 12 & 10\\
12 & 10 & 10 & 14\\
8 & 9 & 6 & 7
\end{vmatrix}$$

Procedimiento para calcular el Determinante principal (Dp) por el Método de Fórmula General .

Se toma un renglón de la matriz:

$$D_p = \begin{vmatrix}
5 & 4 & 8 & 3\\
10 & 7 & 12 & 10\\
12 & 10 & 10 & 14\\
8 & 9 & 6 & 7
\end{vmatrix}$$

Los números de ese renglón poseen los signos (+) (-) (+) (-) respectivamente.

Se procede a buscar la solución del determinante acomodando los números de los renglones y formando las matrices de 3x3 que quedan.

$$|D_p| = 12\begin{vmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 7 & 12 & 10 \\ 9 & 6 & 7 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 10 & 12 & 10 \\ 8 & 6 & 7 \end{vmatrix} + 10\begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 10 & 7 & 10 \\ 8 & 9 & 7 \end{vmatrix} - 14\begin{vmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 10 & 7 & 12 \\ 8 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

Se seleccionan nuevos renglones para reducir a matrices de 2x2.

$$|D_p| = 12\begin{vmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 7 & 12 & 10 \\ 9 & 6 & 7 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 5 & 8 & 3 \\ 10 & 12 & 10 \\ 8 & 6 & 7 \end{vmatrix} + 10\begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 10 & 7 & 10 \\ 8 & 9 & 7 \end{vmatrix} - 14\begin{vmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 10 & 7 & 12 \\ 8 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

$\boxed{|D_{p1}|}$ $\boxed{|D_{p2}|}$ $\boxed{|D_{p3}|}$ $\boxed{|D_{p4}|}$

Se resuelve el determinante principal uno |Dp1|, cuyos signos de la columna son (+) (-) (+) respectivamente.

$$|D_{p1}| = 3\begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 12 \end{vmatrix}$$

Se multiplican los números dentro de la matriz de manera cruzada, el superior izquierdo por el inferior derecho y viceversa, y se reducen términos para obtener el valor del |Dp1|.

$$|D_{p1}| = 3(42-108) - 10(24-72) + 10(48-56)$$

$$|D_{p1}| = 226$$

Se sigue el mismo procedimiento con los determinantes principales restantes.

Con |Dp2| cuyos signos del renglón son (-) (+) (-) respectivamente.

$$|D_{p2}| = -10\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} + 12\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 8 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|D_{p2}| = -10(56-18) + 12(35-24) - 10(30-64)$$

$$|D_{p2}| = 92$$

Con |Dp3| cuyos signos de la columna son (+) (-) (+) respectivamente.

$$|D_{p3}| = 3\begin{vmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 10\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} + 7\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 10 & 7 \end{vmatrix}$$

$$|D_{p3}| = 3(90-56) - 10(45-32) + 10(35-40)$$

$$|D_{p3}| = -63$$

Con IDp4I cuyos signos del renglón son (+) (-) (+) respectivamente.

$$|D_{p4}| = 5\begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} - 4\begin{vmatrix} 10 & 12 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 8\begin{vmatrix} 10 & 7 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$$

$$|D_{p4}| = 5(42 - 108) - 4(60 - 96) + 8(90 - 56)$$

$$|D_{p4}| = 86$$

Se suman los resultados y se multiplican por los valores del primer renglón elegido del determinante principal original IDpI.

$$|D_p| = 12(226) - 10(92) + 10(-63) - 14(86)$$

$$|D_p| = -42$$

Ahora se forma el determinante uno ID1I.

$$D_1 = \begin{pmatrix} 9750 & 4 & 8 & 3 \\ 24450 & 7 & 12 & 10 \\ 32400 & 10 & 10 & 14 \\ 19050 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Procedimiento para calcular el Determinante 1 (D1) por el Método de Cofactores .

Se escoge un renglón.

$$D_1 = \begin{pmatrix} 9750 & 4 & 8 & 3 \\ 24450 & 7 & 12 & 10 \\ \hline 32400 & 10 & 10 & 14 \\ \hline 19050 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Se procede a buscar la solución del determinante uno acomodando los números de los renglones y formando las matrices de 3x3 que quedan. El cofactor se forma ubicando el número de renglón del número más el número de columna y multiplicando por -1.

$$|D_1| = 32400(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 4 & 8 & 3 \\ 7 & 12 & 10 \\ 9 & 6 & 7 \end{vmatrix} + 10(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 9750 & 8 & 3 \\ 24450 & 12 & 10 \\ 19050 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$+ 10(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 9750 & 4 & 3 \\ 24450 & 7 & 10 \\ 19050 & 9 & 7 \end{vmatrix} + 14(-1)^{3+4}\begin{vmatrix} 9750 & 4 & 8 \\ 24450 & 7 & 12 \\ 19050 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

Se eligen nuevos renglones/columnas para reducir a matrices de 2x2.

$$|D_1| = 32400(-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 4 & 8 & \boxed{3} \\ 7 & 12 & 10 \\ 9 & 6 & 7 \end{vmatrix} + 10(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 9750 & 8 & 3 \\ 24450 & 12 & 10 \\ 19050 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$+10(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 9750 & 4 & 3 \\ 24450 & 7 & 10 \\ 19050 & 9 & 7 \end{vmatrix} + 14(-1)^{3+4}\begin{vmatrix} 9750 & 4 & 8 \\ 24450 & 7 & 12 \\ 19050 & 9 & 6 \end{vmatrix}$$

Para la primera parte de $|D1_1|$.

$$|D1_1| = 3(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 10(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 7(-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 12 \end{vmatrix}$$

Se multiplican los números dentro de la matriz de manera cruzada, el superior izquierdo por el inferior derecho y viceversa, y se reducen términos para obtener el valor del $|D1|$.

$$|D1_1| = 3(42-108) + 10(24-72) + 7(48-56)$$

$$|D1_1| = 226$$

Se realiza el mismo procedimiento para el resto de $|D1|$.
Para $|D1_2|$.

$$|D1_2| = 9750(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 12 & 10 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} + 8(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 24450 & 10 \\ 19050 & 7 \end{vmatrix} + 3(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 24450 & 12 \\ 19050 & 6 \end{vmatrix}$$

$$|D1_2| = 9750(84-60) - 8(171150-190500) + 3(146700-228600)$$

$$|D1_2| = 143100$$

Para $|D1_3|$.

$$|D1_3| = 4(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 24450 & 10 \\ 19050 & 7 \end{vmatrix} + 7(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 9750 & 3 \\ 19050 & 7 \end{vmatrix} + 9(-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 9750 & 3 \\ 24450 & 10 \end{vmatrix}$$

$$|D1_3| = -4(171150-190500) + 7(68250-57150) - 9(97500-73350)$$

$$|D1_3| = -62250$$

Para $|D1_4|$.

$$|D1_4| = 24450(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} + 7(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 9750 & 3 \\ 19050 & 7 \end{vmatrix} + 12(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 9750 & 4 \\ 19050 & 9 \end{vmatrix}$$

$$|D1_4| = -24450(24-72) + 7(58500-152400) - 12(87750-76200)$$

$$|D1_4| = 377700$$

Se suman los resultados y se multiplican por los valores del primer renglón elegido del determinante uno original $|Dp_1|$.

$$|D_1| = 32400(226) - 10(143100) + 10(-62250) - 14(377700)$$

$$|D_1| = -18900$$

Ahora se forma el determinante dos $|D2|$.

$$D_2 = \begin{pmatrix} 5 & 9750 & 8 & 3 \\ 10 & 24450 & 12 & 10 \\ 12 & 32400 & 10 & 14 \\ 8 & 19050 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Procedimiento para calcular el Determinante 2 (D2) por propiedades convirtiendo en una Matriz triangular superior.

Se elige el número del primer renglón y la primera columna para hacerlo 1, y se hacen ceros los números debajo con las divisiones y multiplicaciones correspondientes.

$$D_2 = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 5 & 9750 & 8 & 3 \\ 10 & 24450 & 12 & 10 \\ 12 & 32400 & 10 & 14 \\ 8 & 19050 & 6 & 7 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1\left(\frac{1}{5}\right) \\ R_{1p}(-10) + R_2 \\ R_{1p}(-12) + R_3 \\ R_{1p}(-8) + R_4 \end{array} \end{array}$$

Da como resultado la siguiente matriz, de la que se toma en cuenta el segundo número de la segunda columna.

$$|D_2| = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 1 & 1950 & \frac{8}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 4950 & -4 & 4 \\ 0 & 9000 & \frac{-46}{5} & \frac{34}{5} \\ 0 & 3450 & \frac{-34}{5} & \frac{11}{5} \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_2\left(\frac{1}{4950}\right) \\ R_{2p}(-9000) + R_3 \\ R_{2p}(-3450) + R_4 \end{array} \end{array}$$

Se sigue el procedimiento anterior tomando en cuenta el número del tercer renglón de la tercera columna.

$$|D_2| = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 1 & 1950 & \frac{8}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{2475} & \frac{2}{2475} \\ 0 & 0 & \frac{-106}{55} & \frac{-26}{55} \\ 0 & 0 & \frac{-662}{165} & \frac{-97}{165} \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_3\left(\frac{-55}{106}\right) \\ R_{3p}\left(\frac{662}{165}\right) + R_4 \end{array} \end{array}$$

Da como resultado la siguiente matriz. Ya no se hace uno, sino que se toma en cuenta el último número en diagonal a los unos y se multiplica por los números que ya se han hecho 1.

$$|D_2| = \begin{pmatrix} 1 & 1950 & \frac{8}{5} & \frac{3}{5} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{2475} & \frac{2}{2475} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{13}{53} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{21}{53} \end{pmatrix}$$

Así que la multiplicación se ve así.

$$|D_2| = (5)(4950)\left(-\frac{106}{55}\right)\left(\frac{21}{53}\right)$$

$$|D_2| = -18900$$

Ahora se forma el determinante tres ID3I.

$$D_3 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 9750 & 3 \\ 10 & 7 & 24450 & 10 \\ 12 & 10 & 32400 & 14 \\ 8 & 9 & 19050 & 7 \end{pmatrix}$$

Procedimiento para calcular el Determinante 3 (D3) por medio del Método de Propiedades para llegar a una matriz de 3x3 y aplicar el Método de Sarrus.

Debido a que este método sirve para resolver matrices de 3x3, se procede a hacer unos y ceros a la primera columna tomando en cuenta para empezar el primer número del primer renglón.

$$D_3 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 9750 & 3 \\ 10 & 7 & 24450 & 10 \\ 12 & 10 & 32400 & 14 \\ 8 & 9 & 19050 & 7 \end{pmatrix}$$

Resulta una matriz como la siguiente, de la que se toma en cuenta el 1 que posee signo positivo.

$$|D_3| = \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{5} & 1950 & \frac{3}{5} \\ 0 & -1 & 4950 & 4 \\ 0 & \frac{2}{5} & 9000 & \frac{34}{5} \\ 0 & \frac{13}{5} & 3450 & \frac{11}{5} \end{pmatrix}$$

Se elimina el renglón y la columna que poseen al uno, queda una matriz de 3x3 que ya puede ser resuelta por el método elegido; se añaden las dos primeras columnas y se indican las multiplicaciones para hacer Sarrus.

$$|D_3| = 1\left(\begin{array}{ccc|cc} -1 & 4950 & 4 & -1 & 4950 \\ \frac{2}{5} & 9000 & \frac{34}{5} & \frac{2}{5} & 9000 \\ \frac{13}{5} & 3450 & \frac{11}{5} & \frac{13}{5} & 3450 \end{array}\right)$$

Al acomodar los números que se van a multiplicar:

$$|D_3| = 1\begin{bmatrix} (-1)(9000)\left(\frac{11}{5}\right)+(4950)\left(\frac{34}{5}\right)\left(\frac{13}{5}\right)+(4)\left(\frac{2}{5}\right)(3450) \\ -\left(\frac{13}{5}\right)(9000)(4)-(3450)\left(\frac{34}{5}\right)(-1)-\left(\frac{11}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)(4950) \end{bmatrix}$$

$$|D_3| = 1(73236-74496)$$

Se multiplica el resultado por el número que se hizo 1.

$$|D_3| = 1(-1260)(5)$$

$$|D_3| = -6300$$

Ahora se forma el determinante cuatro ID4I.

$$D_4 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 9750 \\ 10 & 7 & 12 & 24450 \\ 12 & 10 & 10 & 32400 \\ 8 & 9 & 6 & 19050 \end{pmatrix}$$

Procedimiento para calcular el Determinante 4 (D4) por medio de propiedades para llegar a una matriz de 3x3 y aplicar el Método de Sarrus.

Debido a que este método sirve para resolver matrices de 3x3, se procede a hacer unos y ceros la primera columna tomando en cuenta el primer número del primer renglón.

$$\begin{array}{cl} D_4 = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 & 9750 \\ 10 & 7 & 12 & 24450 \\ 12 & 10 & 10 & 32400 \\ 8 & 9 & 6 & 19050 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} R_1\left(\frac{1}{5}\right) \\ R_{1p}(-10)+R_2 \\ R_{1p}(-12)+R_3 \\ R_{1p}(-8)+R_4 \end{array} \end{array}$$

Resulta una matriz como la siguiente, de la que se toma en cuenta el 1 que posee signo positivo.

$$D_4 = \begin{pmatrix} 1 & \frac{4}{5} & \frac{8}{5} & 1950 \\ 0 & -1 & -4 & 4950 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{-46}{5} & 9000 \\ 0 & \frac{13}{5} & \frac{-34}{5} & 3450 \end{pmatrix}$$

Se elimina el renglón y la comuna que poseen al uno, queda una matriz de 3x3 que ya puede ser resuelta por el método elegido; se añaden las dos primeras columnas y se indican las multiplicaciones para hacer Sarrus.

$$|D_4| = 1\begin{pmatrix} -1 & -4 & 4950 \\ \frac{2}{5} & \frac{-46}{5} & 9000 \\ \frac{13}{5} & \frac{-34}{5} & 3450 \end{pmatrix}\begin{matrix} -1 & -4 \\ \frac{2}{5} & \frac{-46}{5} \\ \frac{13}{5} & \frac{-34}{5} \end{matrix}$$

Al acomodar los números de acuerdo al orden de multiplicación:

$$|D_4| = 1\left[\begin{matrix} \left(-1 * \frac{-46}{5} * 3450\right) + \left(-4 * 9000 * \frac{13}{5}\right) + \left(4950 * \frac{2}{5} * \frac{-34}{5}\right) \\ -\left(\frac{13}{5} * \frac{-46}{5} * 4950\right) - \left(\frac{-34}{5} * 9000 * -1\right) - \left(3450 * \frac{2}{5} * -4\right) \end{matrix}\right]$$

$$|D_4| = 1(-75324 + 62724)$$

El resultado se multiplica por el número que se hizo 1.

$$|D_4| = -12600(5)$$

$$|D_4| = -63000$$

Ya se han calculado los determinantes, por lo que, lo siguiente es calcular el valor de x_1, x_2, x_3, x_4.

$$x_1 = \frac{D_1}{D_p} = \frac{-18900}{-42} = 450$$

$450.00 para Zaverich.

$$x_2 = \frac{D_2}{D_p} = \frac{-18900}{-42} = 450$$

$450.00 para El Compadre.

$$x_3 = \frac{D_3}{D_p} = \frac{-6300}{-42} = 150$$

$450.00 para El Huasteco.

$$x_4 = \frac{D_4}{D_p} = \frac{-63000}{-42} = 1500$$

$450.00 para Mc Andrews.

Interpretación de datos.

- Al realizar el sistema de ecuaciones se pudo determinar que los costos de envío de las cajas representan el 25% del costo total de cada caja, puesto que el costo por caja es de $1,800.00 para Zaverich, $1,800.00 para El Compadre, $600.00 para El Huasteco y $6,000.00 para Mc Andrews; mientras que el costo de caja por envío es de $450.00, $450.00, $150.00 y $1500.00 respectivamente.

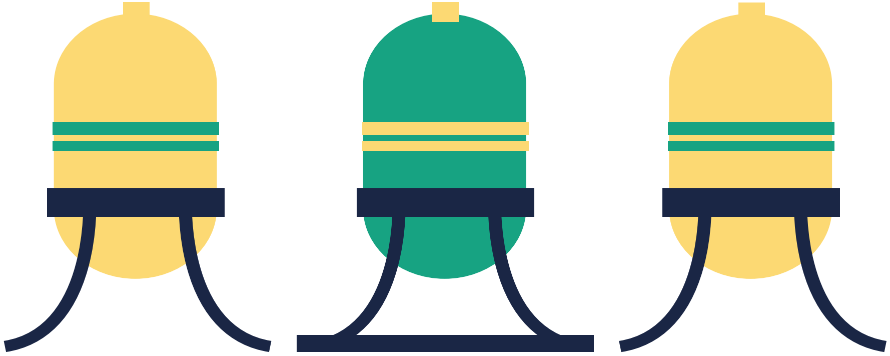
Comprobación.

$$5(450)+4(450)+8(150)+3(1500)=9750$$
$$9750=9750$$

$$10(450)+7(450)+12(150)+10(1500)=24450$$
$$24450=24450$$

$$12(450)+10(450)+10(150)+14(1500)=32400$$
$$32400=32400$$

$$8(450)+9(450)+6(150)+7(1500)=19050$$
$$19050=19050$$



DIRECTORIO

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

M. en D. Adolfo Pontigo Loyola
Rector

Dr. Saúl Agustín Sosa Castelán
Secretario General

Lic. Gonzalo Ismael Villegas de la Concha
Coordinador de la División Académica

Lic. Arturo Flores Álvarez
Director de Servicios Académicos

M.C.C. Efraín Franco Flores
Director del Centro de Cómputo Académico

Dr. Oscar Rodolfo Suárez Castillo
Director del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

M.G.A. Diana Pérez Silva
Integrante de la Academia de Computación

CRÉDITOS

Multimedia Educativa
Centro de Cómputo Académico

M.I.D. Gabriela Mora Acosta
Coordinadora del Departamento de Multimedia Educativa

M.T.I.E. Bertha Patricia Legorreta Cortés
Diseño Instruccional

Lic. Fidel López Soto
Asesor tecnológico y web

Pasante Lic. D.G. Rubí Magdalena de la Torre Morales
Ilustración y Maquetación

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

M.G.A. Diana Pérez Silva
Experto en contenido