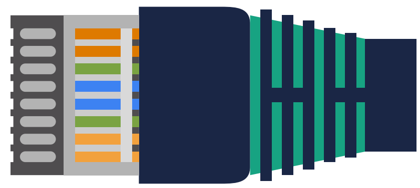
APLICACIÓN

INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES

Aplicación Ingeniería en Telecomunicaciones.



Planteamiento del problema.

Durante la elaboración del proyecto integrador titulado “Maceta inteligente”; se logró optimizar precios; con fines prácticos se crearon 4 modelos diferentes: Modelo para mejor movilidad, menor precio, mejor detección y un último con piezas de repuesto. Se sabe la cantidad de cada uno de los componentes de cada modelo y su precio final, pero no se sabe:

¿Cuánto cuesta cada componente?
En la siguiente tabla se puede apreciar la relación.

Modelo/ tipo de componente	Pic-16F887A	Celda Solar	Sensor qrd 1114	Llanta con motor	Total
Mejor movilidad	1	2	4	4	$530.00
Mejor precio	1	0	4	2	$270.00
Mejor detección	1	1	6	2	$370.00
Mejores piezas de repuesto	2	2	8	4	$660.00

Sistema de ecuaciones

$$
\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 4x_4 &= 530\\
x_1 + + 4x_3 + 2x_4 &= 270\\
x_1 + x_2 + 6x_3 + 2x_4 &= 370\\
2x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 4x_4 &= 660
\end{aligned}
$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 4 & 4 & 530 \\ 1 & 0 & 4 & 2 & 270 \\ 1 & 1 & 6 & 2 & 370 \\ 2 & 2 & 8 & 4 & 660 \end{array}\right)$$

Procedimiento para calcular el Determinante principal (Dp) por el Método de Fórmula General .

$$D_p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|D_p| = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|D_p| = -2\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= -2\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix} = -2\left[1\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}\right]$$

$$= -2[1(24-16) - 1(16-16) + 2(8-12)]$$

$$= -2[1(8) - 1(0) + 2(-4)] = -2[8-0-8]$$

$$= -2[0]$$

$$= 0$$

$$= -1\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

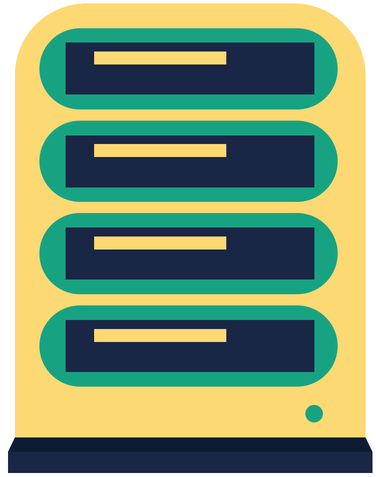
$$= -1\left[1\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\right]$$

$$= -1[1(16-16) - 1(16-32) + 2(8-16)]$$

$$= -1[1(0) - 1(-16) + 2(-8)] = -1[0+16-16]$$

$$= -1[0]$$

$$= 0$$



$$= 2\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= 2\left[1\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} - 1\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} + 1\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\right]$$

$$= 2[1(8-12) - 1(8-24) + 1(8-16)]$$

$$= 2[1(-4) - 1(-16) + 1(-8)]$$

$$= 2[-4+16-8] = 2[4] = 8$$

$$|D_p| = 0+0+8$$

$$|D_p| = 8$$

Procedimiento para calcular el Determinante 1 (D1) por el Método de Cofactores.

$$D_1 = \begin{pmatrix} 530 & 2 & 4 & 4 \\ 270 & 0 & 4 & 2 \\ 370 & 1 & 6 & 2 \\ 660 & 2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$|D_1| = \left[530(-1)^{1+1}\overset{|A_1|}{\begin{vmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{vmatrix}} + 270(-1)^{1+2}\overset{|A_2|}{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{vmatrix}} + 370(-1)^{1+3}\overset{|A_3|}{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \end{vmatrix}} + 660\overset{|A_4|}{\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}}\right]$$

$$|A_1| = \left[1(-1)^{4+1}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} + 2(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}\right] = -1(16-16) + 2(8-12) = -8$$

$$|A_2| = \left[2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} + 2(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix}\right]$$

$$= 2(24-16) - 1(16-32) + 2(8-24) = 0$$

$$|A_3| = \left[2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 4 \end{vmatrix} + 2(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}\right] = 2(16-16) + 2(8-16) = -16$$

$$|A_4| = \left[2(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \right] = 2(8-12) + 1(8-16) = -16$$

$$|D_1| = 530(-8) - 270(0) + 370(-16) - 660(-16) = 400$$

$$|D_1| = 400$$

Procedimiento para calcular el Determinante 2 (D2) por el Método de Propiedades.

$$D_2 = \begin{pmatrix} 1 & 530 & 4 & 4 \\ 1 & 270 & 4 & 2 \\ 1 & 370 & 6 & 2 \\ 2 & 660 & 8 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} R_1p(-1)+R_2 \\ R_1p(-1)+R_3 \\ R_1p(-2)+R_4 \end{array}$$

$$|D_2| = \begin{pmatrix} 1 & 530 & 4 & 4 \\ 0 & -260 & 0 & -2 \\ 0 & -160 & 2 & -2 \\ 0 & -400 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Se moverá la columna 2 a la columna 4, el resultado final del determinante se multiplica por (-1).

$$|D_2| = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 530 \\ 0 & -2 & 0 & -260 \\ 0 & -2 & 2 & -160 \\ 0 & -4 & 0 & -400 \end{pmatrix} \begin{array}{l} R_2p\left(-\frac{1}{2}\right) \\ R_2p(2)+R_3 \\ R_2p(4)+R_4 \end{array}$$

$$|D_2| = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 130 \\ 0 & 0 & 2 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 120 \end{pmatrix}$$

Se multiplica por la diagonal principal y por los números que se modificaron también por el -1.

$$|D_2| = 1 * 1 * 2 * 120 * -1 * -2$$

$$|D_2| = 480$$

Procedimiento para calcular el Determinante 3 (D3) por Propiedades para convertir en una matriz de 3x3 y posteriormente aplicar Sarrus.

$$D_3 = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 530 & 4 \\ 1 & 0 & 270 & 2 \\ 1 & 1 & 370 & 2 \\ 2 & 2 & 660 & 4 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ R_{2p}(-1)+R_1 \\ R_{2p}(-1)+R_3 \\ R_{2p}(-2)+R_4 \end{array} \end{array}$$

$$|D_3| = \begin{pmatrix} \boxed{0} & 2 & 260 & 2 \\ \boxed{1} & 0 & 270 & 2 \\ \boxed{0} & 1 & 100 & 0 \\ \boxed{0} & 2 & 120 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|D_3| = -1 \begin{pmatrix} 2 & 260 & 2 \\ 1 & 100 & 0 \\ 2 & 120 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2 & 260 \\ 1 & 100 \\ 2 & 120 \end{matrix}$$

$$|D_3| = +(2 * 100 * 0) + (260 * 0 * 2) + (2 * 1 * 120) - (2 * 100 * 2)$$
$$-(120 * 0 * 2) - (0 * 1 * 260)$$

$$|D_3| = 240 - 400$$

$$|D_3| = -160(-1)$$

$$|D_3| = 160$$

Procedimiento para calcular el Determinante 4 (D4) utilizando Propiedades para reducir grado de matriz y posteriormente se aplica Sarrus.

$$D_4 = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 530 \\ 1 & 0 & 4 & 270 \\ 1 & 1 & 6 & 370 \\ 2 & 2 & 8 & 660 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \\ R_{1p}(-1)+R_2 \\ R_{1p}(-1)+R_3 \\ R_{1p}(-2)+R_4 \end{array} \end{array}$$

$$|D_4| = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 530 \\ 0 & -2 & 0 & -260 \\ 0 & -1 & 2 & -160 \\ 0 & -2 & 0 & -400 \end{pmatrix}$$

$$|D_4| = 1 \begin{pmatrix} -2 & 0 & -260 \\ -1 & 2 & -160 \\ -2 & 0 & -400 \end{pmatrix}$$

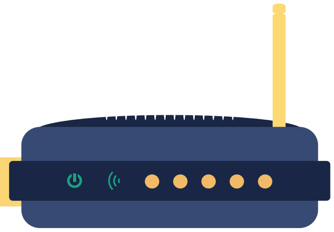
$$|D_4| = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -260 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & -160 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & -400 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= (-2 * 2 * -400) + (0 * -160 * -2) + (-260 * -1 * 0) - (-2 * 2 * -260) - (0 * -160 * -2)$$
$$-(-400 * -1 * 0)$$

$$= (1600) + (0) + (0) - (-1040) - (0) - (0)$$

$$= 560 = \frac{560}{8} = 70$$

$$|D_4| = 70$$



Valor de incógnitas:

$$x_1 = \frac{D_1}{D_p} = \frac{400}{8} = 50$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D_p} = \frac{480}{8} = 60$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D_p} = \frac{160}{8} = 20$$

$$x_4 = \frac{D_4}{D_p} = \frac{560}{8} = 70$$

Comprobación.

$$50 + 2(60) + 4(20) + 4(70) = 530$$
$$50 + 120 + 80 + 280 = 530$$
$$530 = 530$$

$$50 + 4(20) + 2(70) = 270$$
$$50 + 80 + 140 = 270$$
$$270 = 270$$

$$50 + 60 + 6(20) + 2(70) = 370$$
$$110 + 120 + 140 = 370$$
$$370 = 370$$

$$2(50) + 2(60) + 8(20) + 4(70) = 660$$
$$100 + 120 + 160 + 280 = 660$$
$$660 = 660$$

Interpretación de datos.

¿Cuánto cuesta cada componente?

Modelo/ tipo de componente	Pic-16F887A	Celda Solar	Sensor qrd 1114	Llanta con motor	Total
Costo de cada componente	$50.00	$60.00	$20.00	$70.00	$200.00

DIRECTORIO

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

M. en D. Adolfo Pontigo Loyola
Rector

Dr. Saúl Agustín Sosa Castelán
Secretario General

Lic. Gonzalo Ismael Villegas de la Concha
Coordinador de la División Académica

Lic. Arturo Flores Álvarez
Director de Servicios Académicos

M.C.C. Efraín Franco Flores
Director del Centro de Cómputo Académico

Dr. Oscar Rodolfo Suárez Castillo
Director del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

M.G.A. Diana Pérez Silva
Integrante de la Academia de Computación

CRÉDITOS

Multimedia Educativa
Centro de Cómputo Académico

M.I.D. Gabriela Mora Acosta
Coordinadora del Departamento de Multimedia Educativa

M.T.I.E. Bertha Patricia Legorreta Cortés
Diseño Instruccional

Lic. Fidel López Soto
Asesor tecnológico y web

Pasante Lic. D.G. Rubí Magdalena de la Torre Morales
Ilustración y Maquetación

Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería

M.G.A. Diana Pérez Silva
Experto en contenido